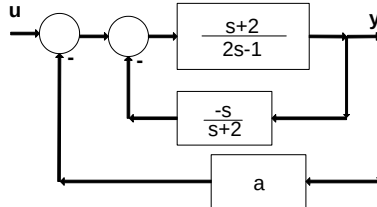


# CCS 2014 2. Zh gyakorlat

## 1 Gyakorlat - 20p

1. Adott az alábbi rendszer:



- Adja meg a rendszer eredő átviteli függvényét (3p)!
- Az  $a$  paraméter mely értékeire lesz asszimtotikusan stabil a rendszer (3p)?

MO: A belső hurokra

$$H_1(s) = \frac{\frac{s+2}{2s-1}}{1 + \frac{s+2}{2s-1} \frac{-s}{s+2}} = \frac{(s+2)^2}{(2s-1)(s+2) - s^2 - 2s} = \frac{(s+2)^2}{s^2 + s - 2} = \frac{(s+2)^2}{(s+2)(s-1)} = \frac{s+2}{s-1}$$

ezért

$$H(s) = \frac{\frac{s+2}{s-1}}{1 + a \frac{s+2}{s-1}} = \frac{s+2}{s(a+1) - 1 + 2a}$$

A nevező gyöke  $s = \frac{1-2a}{a+1}$

Tehát ha  $a > 1/2$  vagy  $a < -1$ , a rendszer assz. stabil.

2. Adott az alábbi rendszer:

$$A = \begin{pmatrix} -2 & -3 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad C = [1 \quad 2]$$

- Tervezzon állapotbecslőt a rendszerhez, a becslő dinamikáját az  $(s+1)(s+4)$  karakterisztikus egyenlet írja le (5p).

MO:

$$A_2 = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} \quad B_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

Ackermann:

$$\varphi_c(s) = (s+4)(s+1) = s^2 + 5s + 4$$

$$K_2 = [0 \quad 1] M_c^{-1} \varphi_c(A_2) = [0 \quad 1] [B_2 \quad A_2 B_2]^{-1} (A_2^2 + 5A_2 + 4I)$$

$$= \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -5 & 4 \\ -12 & 7 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\frac{d\hat{x}}{dt} = F\hat{x} + Ly + Hu$$

$$L = K_2^T, \quad F = A - LC = \begin{pmatrix} -4 & -7 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad H = B$$

3. Legyen

$$A = \begin{pmatrix} -3 & 0 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Határozza meg a  $\Phi$  mátrixot, ha a rendszert  $T=\ln(3)$  mintavételi idővel diszkrétizáljuk (4p)!  $(x(k+1) = \Phi x(k) + \Gamma u(k))$

MO:

$$\begin{aligned} (SI - A) &= \begin{pmatrix} s+3 & 0 \\ -2 & s+1 \end{pmatrix} \rightsquigarrow (SI - A)^{-1} = \frac{1}{(s+3)(s+1)} \begin{pmatrix} s+1 & 0 \\ 2 & s+3 \end{pmatrix} = \\ &= \begin{pmatrix} \frac{1}{s+3} & 0 \\ \frac{2}{(s+3)(s+1)} & \frac{1}{s+1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{s+3} & 0 \\ \frac{1}{s+1} - \frac{1}{s+3} & \frac{1}{s+1} \end{pmatrix} \rightsquigarrow e^{At} = \begin{pmatrix} e^{-3t} & 0 \\ e^{-t} - e^{-3t} & e^{-t} \end{pmatrix} \rightsquigarrow \\ \Phi = e^{At}|_{t=\ln(3)} &= \begin{pmatrix} 1/27 & 0 \\ 1/3 - 1/27 & 1/27 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1/27 & 0 \\ 8/27 & 1/27 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

4. Adott egy diszkrét idejű rendszer a következő mátrixokkal:

$$\Phi = \begin{bmatrix} -3 & -1 \\ 1 & -3 \end{bmatrix}, \quad \Gamma = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}, \quad x(k+1) = \Phi x(k) + \Gamma u(k)$$

- Asszimptotikusan stabil-e a rendszer(2p)?

MO:Nem  $\lambda_{1,2} = -3 \pm i$

- Adja meg azt a legrövidebb jelsorozatot, amely a rendszert a  $[1 \ 2]^T$  kezdeti állapotból az origóba irányítja (3p)!

MO:  $U = -W_c^{-1}\Phi^2 x_0 = [u_1 \ u_0] = [10 \ 6]^T$

$$W_c = \begin{pmatrix} 1 & -5 \\ 2 & -5 \end{pmatrix} \quad W_c^{-1} = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ -0.4 & 0.2 \end{pmatrix}$$

$$\phi^2 = \begin{pmatrix} 8 & 6 \\ -6 & 8 \end{pmatrix} \quad \phi^2 x_0 = \begin{pmatrix} 20 \\ 10 \end{pmatrix}$$